

Využití zobrazení v RGB prostoru: Barevné stupnice a jejich vlastnosti

Petr Frantík ^{a0},

^a Ústav stavební mechaniky, Fakulta stavební, Vysoké učení technické v Brně
Veveří 331/95, 602 00 Brno
kitnarf@centrum.cz

Abstrakt

Příspěvek je věnován zobrazování v RGB prostoru barev. Aplikuje se RGB prostor barev ve formě krychle s kartézským souřadným systémem. Tato běžná abstrakce je použita k precizní definici různých barevných stupnic a jejich implementací. Závěrem jsou ukázány aplikace popsaných stupnic na zobrazení výsledků úloh ze stavební mechaniky.

Klíčová slova: RGB prostor, barevná stupnice

1 Úvod

Barevné grafické zobrazování a zpracování digitálních obrazových dat je v současnosti potřebné v menší či větší míře ve všech oborech lidské činnosti. Je jasné, že ona potřeba vyvstala z širokého uplatnění a dostupnosti výpočetní a záznamové techniky.

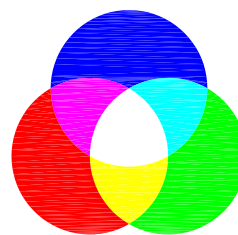
Tento příspěvek se věnuje typické úloze zpracování obrazových dat na počítači. Jedná se o barevné stupnice, sloužící kromě vizuální pohody zejména pro vyjádření dalšího rozměru zobrazení. Z inženýrského hlediska může být dalším rozměrem např. napětí nebo teplota.

2 RGB prostor barev

V současnosti se používá několika způsobů reprezentace barvy v závislosti na médiu, které barvu zobrazuje. Uvedme například modely RGB, CMYK, YUV (viz [1, 4]). Pro počítačové zobrazení je nejvhodnější RGB model, který vyjadřuje barvu svícením. Je takzvaně *aditivní*, tj. přidání složky barvy znamená zvýšení intenzity barvy¹.

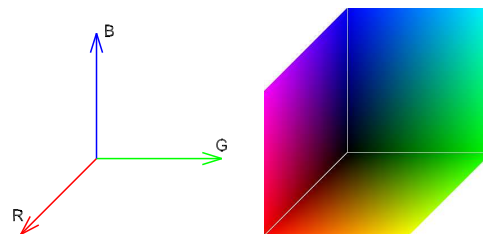
Zkratka RGB znamená red-green-blue, v češtině červená-zelená-modrá. Tyto tři barvy jsou základní složky, jejichž smíšením vznikne výsledná barva, viz obr. 1.

Množství dané složky lze vyjádřit reálným číslem např. z intervalu $\langle 0, 1 \rangle$. Toto číslo pak vyjadřuje intenzitu složky barvy. Získání výsledné barvy, dané intenzitou jejích složek, si lze představit jako rozvícení tří barevných zdrojů světla (červeného, zeleného a modrého) s výkonem odpovídajícím intenzitě dané složky barvy.



Obrázek 1: Aditivní míchání složek RGB

Výslednou barvu v RGB modelu můžeme popsat pomocí vektoru $\{r, g, b\}$, kde r je intenzita červené složky barvy, g zelené složky a b modré složky. Díky tomu, že jsou jednotlivé složky nezávislé, můžeme si RGB model představit jako prostor se třemi dimenzemi, kde každá dimenze odpovídá intenzitě dané složky. Ujijeme-li kartézského souřadného systému, dostáváme RGB prostor tvaru krychle o jednotkové straně, viz obr. 2.



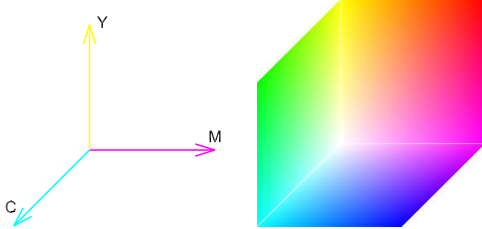
Obrázek 2: RGB prostor a jeho podstavné roviny

Na obr. 2 jsou vidět spodní podstavné plochy RGB krychle. V těchto plochách má vždy jedna složka nulovou intenzitu. Na počátku RGB prostoru mají všechny tři složky nulovou intenzitu, což odpovídá černé barvě: $\{0, 0, 0\}$. Za povšimnutí stojí trojice vrcholů těchto ploch s maximální vzdáleností od počátku. Jedná se

⁰Korespondenční autor. Tel.: +420 54114 7376

¹Opakem aditivního modelu je model *subtraktivní*, kde přidání složky barvy snižuje intenzitu. CMYK je subtraktivní model, který se používá v tisku. Jedná se vlastně o inverzi RGB modelu s přidanou černou barvou pro úsporu složek CMY, viz [1].

o barvy: $\{0, 1, 1\}$ – azurová (angl. cyan), $\{1, 0, 1\}$ – purpurová (angl. magenta), $\{1, 1, 0\}$ – žlutá (angl. yellow), které tvoří inverzní barevný model CMY. CMY je zkratka od cyan-magenta-yellow, v češtině azurová-purpurová-žlutá, viz obr. 3. Zobrazené podstavné roviny CMY prostoru tvoří druhou část obálky RGB krychle (obr. 2).



Obrázek 3: CMY prostor a jeho podstavné roviny

Vrchol krychle se souřadnicemi v RGB prostoru $\{1, 1, 1\}$, jenž je zároveň počátkem inverzního CMY prostoru, odpovídá bílé barvě (maximální celkové intenzitě). Z obrázků 2 a 3 je dobře patrný rozdíl mezi lidským vnímáním intenzity barvy a intenzitou jejich složek. Například azurová se jeví výrazně jasnější než purpurová. Jedná se o známou skutečnost, že lidské oko je nejcitlivější na zelenou složku pak následuje červená složka a nakonec modrá. Tuto lidským okem vnímanou závislost intenzity barvy vyjadřuje empirický vztah (viz [2, 4]):

$$l_s = 0.2126r + 0.7152g + 0.0722b, \quad (1)$$

kde l_s je intenzita barvy jak ji vnímá lidské oko. Tento vztah se v počítačové grafice používá pro převod na černobílou fotografii. Definujme zároveň intenzitu l_o jako aritmetický průměr intenzit složek (viz [3]):

$$l_o = \frac{r + g + b}{3}. \quad (2)$$

Oba výše uvedené výrazy vytváří v RGB prostoru roviny konstantní intenzity. Představa ortogonálního prostoru RGB však může svádět k představě intenzity jakožto vzdálenosti od počátku:

$$l_k = \sqrt{r^2 + g^2 + b^2}. \quad (3)$$

kde l_k je intenzita barvy, která vytváří kulové plochy konstantní intenzity centrované v počátku RGB prostoru. Tento vztah má ale některé nedostatky: Neodpovídá představě svícení tří složek barvy, jejichž svítivý výkon by se sčítal (intenzita l_o) a navíc je vzhledem k inverznímu CMY prostoru nesymetrický.

V následující tabulce 1 je provedeno porovnání jednotlivých výrazů pro intenzitu barvy. Jsou zde uvedeny barvy se shodnou vybranou intenzitou ve čtyřech základních směrech. Tyto směry odpovídají jednotlivým složkám barvy a monochromatické („šedé“) diagonále jdoucí z černé barvy do bílé.

Na obr. 4 je vidět grafické znázornění barev uvedených v tabulce 1 se stejným uspořádáním.

Z obrázku je patrné jak odlišné jsou jednotlivé definice intenzity. Zejména intenzita l_s je výrazně odlišná

Tabulka 1: Barvy se shodnou intenzitou dle různé definice v analytické formě

int.	red	green	blue	monochrom.
l_s	$\{0.34, 0, 0\}$	$\{0, 0.10, 0\}$	$\{0, 0, 1\}$	$\{0.07, 0.07, 0.07\}$
l_o	$\{1, 0, 0\}$	$\{0, 1, 0\}$	$\{0, 0, 1\}$	$\{0.33, 0.33, 0.33\}$
l_k	$\{1, 0, 0\}$	$\{0, 1, 0\}$	$\{0, 0, 1\}$	$\{0.58, 0.58, 0.58\}$



Obrázek 4: Porovnání barev s konstantní hodnotou intenzity dle různé definice (horní řada l_s , střední l_o , dolní l_k).

od obou zbývajících. Navíc se zdá, že se pro daný výběr barev ukazuje jeho hrubá aproximativní podoba. Zbývající intenzity se pochopitelně nejvíce liší právě na monochromatické diagonále, jelikož je zde největší vzdálenost mezi rovinou l_o a kulovou plochou l_k .

Doplňme, že na počítači jsou barvy vyjádřeny diskrétně pomocí digitální reprezentace intenzity složek barvy. Intenzita každé složky je vyjádřena určitým počtem bitů. Tento počet hraje roli *barevné hloubky*, tj. počtu barev vyjádřitelných touto reprezentací. Čím více bitů je užito, tím více barev je možno zobrazit. Nejběžnější je 24-bitový formát, kde na každou složku připadá 8 bitů. Těchto osm bitů lze vyjádřit jako celé číslo v rozsahu 0-255. V tomto formátu lze reprezentovat 256^3 barev, což odpovídá číslu 16 777 216. Například tabulka 1 přejde do podoby tabulky 2:

Tabulka 2: Barvy se shodnou intenzitou dle různé definice ve 24-bitové podobě

int.	red	green	blue	monochrom.
l_s	$\{87, 0, 0\}$	$\{0, 26, 0\}$	$\{0, 0, 255\}$	$\{19, 19, 19\}$
l_o	$\{255, 0, 0\}$	$\{0, 255, 0\}$	$\{0, 0, 255\}$	$\{85, 85, 85\}$
l_k	$\{255, 0, 0\}$	$\{0, 255, 0\}$	$\{0, 0, 255\}$	$\{147, 147, 147\}$

3 Barevné stupnice

Již v úvodu bylo řečeno, že nám barevné stupnice slouží pro vyjádření dalšího rozměru zobrazení. Tento rozměr označíme c od anglického výrazu *color* respektive *colour* (česky barva). U dvourozměrných displejů tedy hrají stupnice roli třetího rozměru. Dočkáme-li se plnohodnotných 3D displejů budou barvy vyjadřovat čtvrtý rozměr (například napětí, deformaci, teplotu).

Formalizujme výpočet barvy dané barevné stupnice jako transformaci souřadnice $c \in \langle 0, 1 \rangle$ do barvy $\{r, g, b\}$, což lze zapsat výrazem $c \rightarrow \{r, g, b\}$.

Existuje více kritérií, které jsou důležité při tvorbě a výběru vhodné barevné stupnice. Uvedme některé z nich:

- bijektivnost (každé souřadnici c je přiřazena právě jedna barva $\{r, g, b\}$ a naopak),
- rovnoměrnost rozdělení diskrétních hodnot – jednotlivých barev (konstantnost distribuční funkce),

- konstantnost respektive monotónnost intenzity barvy,
- počet diskrétních hodnot – jednotlivých barev (barevné rozlišení),
- náročnost výpočtu barvy popřípadě i náročnost inverzního výpočtu (stanovení souřadnice c z dané barvy $\{r, g, b\}$),
- vzhled po převodu na monochromatické zobrazení a jeho relativní jednoznačnost²,
- vyrovnanost zastoupení složek barvy,
- jednoznačnost stanovení polohy na stupnici lidským pozorovatelem.

Rozvedme nyní některá kritéria: Bijektivnost je velmi důležitá, jelikož umožňuje jednoznačné vnímání rozměru vyjádřeného pomocí stupnice. Tento fakt souvisí s interpretací okem (viz poslední kritérium) a má význam pro případný inverzní výpočet souřadnic vyjádřených stupnicí.

Rovnoměrnost rozdělení jednotlivých barev je důležitá hlavně kvůli barevnému rozlišení. Je-li rozdělení rovnoměrné, tak je „lokální rozlišení“ po celé stupnici konstantní.

Průběh intenzity stupnice má význam z několika hledisek. Prvním hlediskem je převod stupnice na monochromatické zobrazení (např. při tisku nebo kopírování). Bude tedy výhodné, jestliže se po převodu proměnlivost stupnice zachová. Naopak konstantní intenzita je výhodná při zobrazení vzhledem k nějakému pozadí, aby byl zachován kontrast. Další hledisko je opakem předchozího, kdy si přejeme, aby se kontrast mezi pozadím a barvou stupnice výrazně měnil. Důvodem může být třeba přání nevýraznosti určitých hodnot daného rozměru (např. nulové teploty či napětí).

Barevnou stupnici je výhodné si představit jako *trajektorii* v RGB prostoru. Parametrem vyjadřujícím polohu na trajektorii je souřadnice c . Každý bod trajektorie představuje určitou barvu $\{r, g, b\}$. Z hlediska bijektivnosti stupnice se trajektorie nesmí protínat. Pro zajištění jednoznačnosti vnímání barevné stupnice je potřeba zajistit, aby body trajektorie s „velkým“ rozdílem souřadnice c měly rovněž „dostatečnou“ vzdálenost v RGB prostoru.

Zde uvedené stupnice jsou implementovány v jazyce Java. Knihovna s touto implementací i zdrojovými kódy je k dispozici na www.kitnarf.cz/java.

3.1 Monochromatická stupnice (GrayScale)



Monochromatická stupnice v odstínu šedé je základní „barevnou“ stupnicí. Její trajektorie leží v diagonále RGB krychle, která spojuje černý vrchol s bílým vrcholem, viz obr. 5. Je dána výrazem:

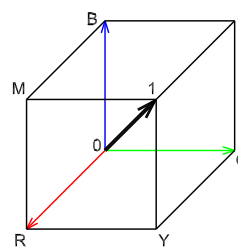
²Barevné stupnice mají zpravidla vyšší rozlišení než monochromatická stupnice, proto nutně dojde při převodu ke ztrátě informace.

$$\begin{Bmatrix} r \\ g \\ b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} c \\ c \\ c \end{Bmatrix}. \tag{4}$$

Připomeňme, že souřadnice $c \in \langle 0, 1 \rangle$. Pro účely počítačového zpracování je však tento vztah nedostatečný ze dvou důvodů: Neříká jak bude barva převedena na diskrétní hodnoty (bitová reprezentace) a dále vztah neřeší s diskretizací související problém na okrajích stupnice. Oboje je vyřešeno v následujícím výpisu metody `getColor()` v jazyce Java:

```
public static Color getColor(double cd)
{
    int ci=(int)(cd*255.9999999999999);
    return new Color(ci,ci,ci);
}
```

Metoda `getColor()` vrací referenci na objekt třídy `Color` a jako argument přijímá reálné číslo³ cd , které je reprezentace souřadnice c . První řádek v těle metody provádí diskretizaci na celé číslo ci z množiny $\{0, 1, 2, \dots, 255\}$.



Obrázek 5: Trajektorie monochromatické stupnice

Druhý řádek vytvoří nový objekt třídy `Color` pomocí konstruktoru s argumenty, které jsou celočíselné reprezentace intanzity složek barvy v 8-bitovém formátu v pořadí červená, zelená, modrá. Nově vytvořený objekt je poté zaslán objektu, který metodu vyvolal (příkaz `return`).

Násobení číslem `255.9999999999999` zajišťuje konstantní distribuční funkci stupnice na okrajích.

V následující tabulce jsou shrnuty vlastnosti této stupnice:

Tabulka 3: Vlastnosti monochromatické stupnice

rozlišení	256 barev
intenzita	výrazně proměnlivá
distribuční funkce	konstantní
index výpočetní náročnosti	1.0

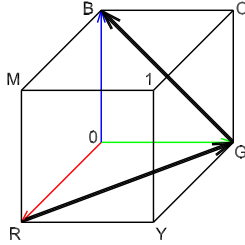
V tabulce je uveden *index výpočetní náročnosti*, který vyjadřuje výpočetní dobu dané stupnice vůči stupnici monochromatické (monochromatická stupnice je neefektivnější netriviální stupnicí).

3.2 Bilineární (Bilinear)



³Diskretizaci zajistí zápis `(int)(...)`, který převede číslo typu `double` na číslo typu `int` prostým odstraněním desetinné části.

Bilineární stupnice je navržena tak, aby se její trajektorie skládala ze dvou lineárních částí (jak říká její název). Začíná na červeném vrcholu a jde do zeleného vrcholu. Ze zeleného vrcholu jde do modrého, kde končí, viz obr. 6.



Obrázek 6: Trajektorie bilineární stupnice

Tato stupnice je první s přibližně konstantní intenzitou. Je řekněme první aproximací „duhového“ spektra. Má dvě nevýhody: Ačkoliv má konstantní intenzitu, jeví se lidskému oku značně jasově proměnlivá. Druhá nevýhoda je nevyváženost barevných složek, která je zejména kvůli diskrétní povaze přítomna u všech stupnic s lineárními částmi⁴. U této stupnice převažuje zelená složka. Důvod je zřejmý z vedení trajektorie (obr. 6), která leží ze 2/4 v oblasti s převahou zelené složky.

Tuto stupnici můžeme vyjádřit výrazem:

$$\begin{cases} r \\ g \\ b \end{cases} = \begin{cases} \begin{cases} 1 - 2c \\ 2c \\ 0 \end{cases}, c \in \langle 0, 0.5 \rangle, \\ \begin{cases} 0 \\ 2(1 - c) \\ 2c - 1 \end{cases}, c \in \langle 0.5, 1 \rangle. \end{cases} \quad (5)$$

Této analytické formě odpovídá následující zdrojový kód metody `getColor()`:

```
public static Color getColor(double cd)
{
    int[] ci=new int[3];
    if(cd<=0.5)
    {
        ci[0]=(int)((0.5-cd)*510.9999999999999+0.5);
        ci[1]=(int)(cd*511);
        ci[2]=0;
    }
    else
    {
        ci[0]=0;
        ci[1]=(int)((1.0-cd)*511);
        ci[2]=(int)((cd-0.5)*510.9999999999999+0.5);
    }
    return new Color(ci[0],ci[1],ci[2]);
}
```

Z výpisu zdrojového kódu je patrné, že jako u předchozí monochromatické stupnice, se také zde provádí opatření pro zachování konstantního rozdělení četnosti barev na okrajích stupnice.

V prvním řádku těla metody se provádí vytvoření celočíselného pole se třemi hodnotami. Přičítání hodnoty 0.5 slouží pro správné zaokrouhlení.

⁴Pro vysvětlení: Mohli bychom provést transformaci takovou, která by zajistila třetinové rozdělení převahy složek. Nicméně pro převodu do diskrétní podoby bychom obdrželi stupnici s proměnlivou četností jednotlivých barev.

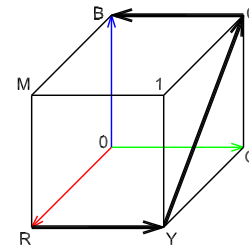
Tabulka 4: Vlastnosti bilineární stupnice

rozišení	511 barev
intenzita	konstantní
distribuční funkce	konstantní
index výpočetní náročnosti	1.5

3.3 Trilineární (Trilinear)



Trilineární stupnice je „přirozeným rozšířením“ bilineární stupnice. Začíná na červeném vrcholu a jde do žlutého vrcholu. Dále pokračuje do azurového vrcholu a končí v modrém vrcholu, viz obr. 7.



Obrázek 7: Trajektorie trilineární stupnice

Tuto stupnici můžeme vyjádřit výrazem:

$$\begin{cases} r \\ g \\ b \end{cases} = \begin{cases} \begin{cases} 1 \\ 3c \\ 0 \end{cases}, c \in \langle 0, 1/3 \rangle, \\ \begin{cases} 2 - 3c \\ 1 \\ 3c - 1 \end{cases}, c \in \langle 1/3, 2/3 \rangle, \\ \begin{cases} 0 \\ 3(1 - c) \\ 1 \end{cases}, c \in \langle 2/3, 1 \rangle. \end{cases} \quad (6)$$

Této analytické formě odpovídá následující zdrojový kód metody `getColor()`:

```
public static Color getColor(double cd)
{
    int[] ci=new int[3];
    if(cd<=0.3333333333333333)
    {
        ci[0]=255;
        ci[1]=(int)(cd*766);
        ci[2]=0;
    }
    else if(cd<=0.6666666666666666)
    {
        ci[0]=(int)((0.6666666666666666-cd)*766+0.3333333333333333);
        ci[1]=255;
        ci[2]=255-ci[0];
    }
    else
    {
        ci[0]=0;
        ci[1]=(int)((1.0-cd)*766);
        ci[2]=255;
    }
    return new Color(ci[0],ci[1],ci[2]);
}
```

Obdobně jako u bilineární stupnice slouží hodnota 0.3333333333333333 pro správné zaokrouhlení.

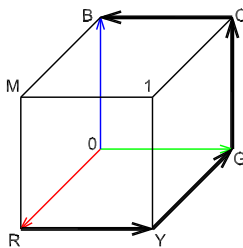
Tabulka 5: Vlastnosti trilineární stupnice

rozlíšení	766 barev
intenzita	proměnlivá
distribuční funkce	konstantní
index výpočetní náročnosti	1.5

3.4 Tetralineární (Tetralinear)



Tetralineární stupnice dále rozšiřuje skupinu po částech lineárních stupnic. Oproti předchozí trilineární se mezi azurový a žlutý vrchol vklíní vrchol zelený, viz obr. 8.



Obrázek 8: Trajektorie tetralineární stupnice

Tabulka 6: Vlastnosti tetralineární stupnice

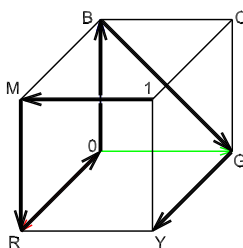
rozlíšení	1021 barev
intenzita	proměnlivá
distribuční funkce	konstantní
index výpočetní náročnosti	1.5

3.5 Sextilineární (Sextilinear)



Sextilineární stupnice je speciálně navržena na vysoké rozlišení, proměnlivou intenzitu a symetrický nárůst intenzity vzhledem ke středu trajektorie. Její užití je vázáno na případ, kdy chceme zvýraznit minimální a maximální hodnoty zobrazované veličiny na úkor hodnot okolo „nuly“, která leží uprostřed. Tohoto efektu dosáhneme zobrazením na černém pozadí, které by tak svou barvou odpovídalo černé barvě středu stupnice.

Pořadí lineárně spojených vrcholů je následující: bílý, purpurový, červený, černý, modrý, zelený a žlutý. Bohužel kvůli zachování symetrie bylo nutno vynechat azurový vrchol, viz obr. 9.



Obrázek 9: Trajektorie sextilineární stupnice

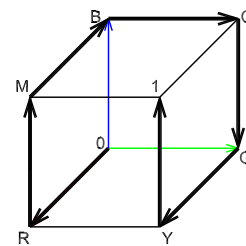
Tabulka 7: Vlastnosti sextilineární stupnice

rozlíšení	1531 barev
intenzita	výrazně proměnlivá
distribuční funkce	konstantní
index výpočetní náročnosti	1.5

3.6 Septilineární (Septilinear)



Septilineární stupnice prochází všemi vrcholy RGB krychle tak, aby se její intenzita co nejrovnoměrněji zvyšovala. Hodí se narozdíl od předchozí stupnice k vyjádření extrémních hodnot na jedné straně. Začíná v černém vrcholu a prochází postupně přes červený, purpurový, modrý, azurový, zelený a žlutý vrchol a končí v bílém vrcholu, viz obr. 10.



Obrázek 10: Trajektorie septilineární stupnice

Tabulka 8: Vlastnosti septilineární stupnice

rozlíšení	1786 barev
intenzita	výrazně proměnlivá
distribuční funkce	konstantní
index výpočetní náročnosti	1.5

3.7 Bicirkulární (Bicircular)

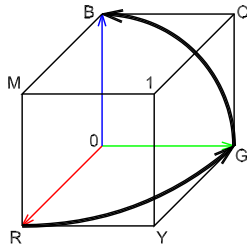


Bicirkulární stupnice vznikla jako pokus o změnu intenzity bilineární stupnice. Lineární části nahrazuje kružnicovými oblouky, viz obr. 11, díky kterým se intenzita stupnice ze subjektivního hlediska zlepšila. Tento pokrok je ovšem vykoupen náročnějším výpočtem a především nerovnoměrným rozdělením četnosti barev⁵, viz obr. 12.

Analytický tvar této stupnice lze vyjádřit v následující podobě:

$$\begin{cases} r \\ g \\ b \end{cases} = \begin{cases} \begin{cases} \cos(\pi c) \\ \sin(\pi c) \\ 0 \end{cases}, c \in \langle 0, 0.5 \rangle, \\ \begin{cases} 0 \\ \sin(\pi c) \\ -\cos(\pi c) \end{cases}, c \in (0.5, 1). \end{cases} \quad (7)$$

⁵Všechny zde uvedené stupnice s nekonstantní distribuční funkcí jsou nelineární. Četnost výskytu barev v těchto stupnicích se pohybuje v celém rozsahu od nulové až po maximální.



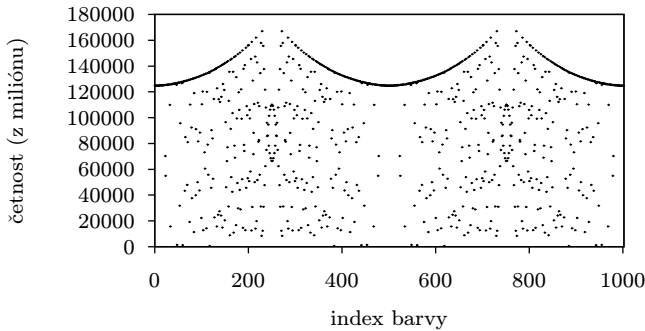
Obrázek 11: Trajektorie bicirkulární stupnice

Této analytické formě odpovídá následující zdrojový kód metody `getColor()`:

```
public static Color getColor(double cd)
{
    int[] ci=new int[3];
    double angle=Math.PI*cd;
    if(cd<=0.5)
    {
        ci[0]=(int)(Math.cos(angle)*255+0.999999999999);
        ci[1]=(int)(Math.sin(angle)*255);
        ci[2]=0;
    }
    else
    {
        ci[0]=0;
        ci[1]=(int)(Math.sin(angle)*255);
        ci[2]=(int)(-Math.cos(angle)*255+0.999999999999);
    }
    return new Color(ci[0],ci[1],ci[2]);
}
```

Tabulka 9: Vlastnosti bicirkulární stupnice

rozlišení	1002 barev
intenzita	málo proměnlivá
distribuční funkce	nekonstantní
index výpočetní náročnosti	3.2



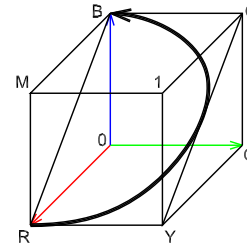
Obrázek 12: Distribuční funkce barev bicirkulární stupnice

3.8 Eliptická (Elliptic)



Elipsa byla předlohou pro další z nelineárních stupnic. Proložíme-li červeným a modrým vrcholem rovinu tak, aby byla rovnoběžná s osou zelené složky, dostaneme plochu ve které budeme vést eliptickou trajektorii. Trajektorie začíná jako obvykle v červeném vrcholu a končí v modrém. Střed elipsy leží v polovině spojnice modrého a červeného vrcholu. Eliptická trajektorie je

vedena tak, aby spojnice žlutého vrcholu s azurovým byla její tečnou, viz obr. 13.



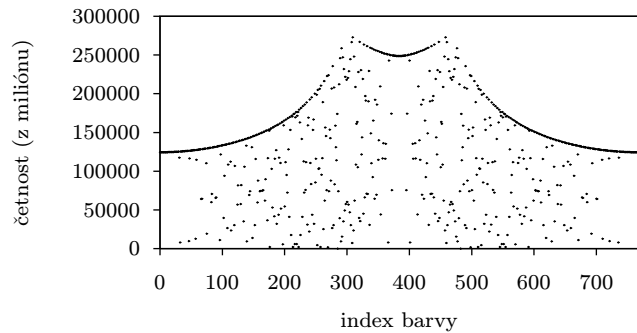
Obrázek 13: Trajektorie eliptické stupnice

Nevýhodou této trajektorie je kromě nekonstantní distribuční funkce nevýrazné zastoupení zelené složky. Analyticky je tato stupnice vyjadřitelná výrazem:

$$\begin{pmatrix} r \\ g \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(1 + \cos(\pi c)) \\ \sin(\pi c) \\ \frac{1}{2}(1 - \cos(\pi c)) \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Tabulka 10: Vlastnosti eliptické stupnice

rozlišení	767 barev
intenzita	málo proměnlivá
distribuční funkce	nekonstantní
index výpočetní náročnosti	3.7



Obrázek 14: Distribuční funkce barev eliptické stupnice

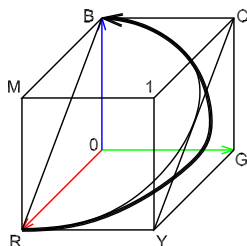
3.9 Supereliptická (Superelliptic)



Je rozšířením eliptické stupnice. V oblasti tečny ke spojnici žlutého a azurového vrcholu se odchyluje z roviny a více se tak přibližuje k zelenému vrcholu, viz obr. 15.

Analytické vyjádření je následující:

$$\begin{pmatrix} r \\ g \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(0.88 + \cos(\pi c) + \cos(2\pi c)) \\ \sin(\pi c) \\ \frac{1}{2}(0.88 - \cos(\pi c) + \cos(2\pi c)) \end{pmatrix}. \quad (9)$$

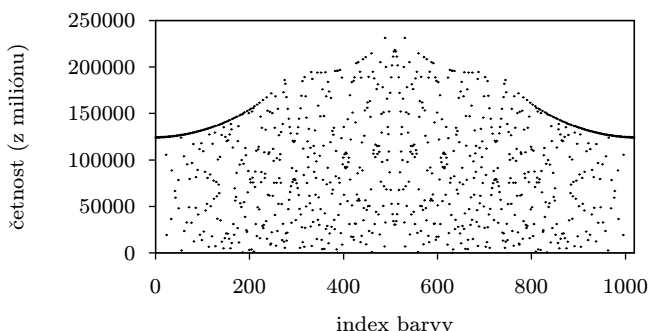


Obrázek 15: Trajektorie supereliptické stupnice

Hodnota 0.88 je vhodně zvolená tak, aby vyvážený stupnice bylo co nejlepší. Z analytického vyjádření je patrné, že se jedná o výpočetně náročnou stupnici, což je dokumentováno indexem v tabulce 10. Poznamenejme rovněž, že tato stupnice dává barevné rozdělení téměř totožné s bicirkulární stupnicí.

Tabulka 11: Vlastnosti supereliptické stupnice

rozlišení	1019 barev
intenzita	málo proměnlivá
distribuční funkce	nekonstantní
index výpočetní náročnosti	4.8



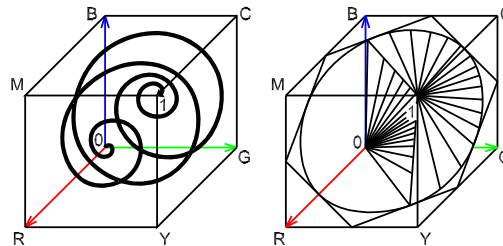
Obrázek 16: Distribuční funkce barev supereliptické stupnice

3.10 Spirální (Spiral)

Spirální stupnice je složena ze dvou spirál, ležících na kuželech se společnou podstavou, jejichž osa je totožná s monochromatickou diagonálou. Strany RGB krychle jsou tečnými plochami k těmto kuželům. Vrcholem prvního kužele je počátek RGB prostoru, tj. černý vrchol. Bílý vrchol je totožný s vrcholem druhého kužele, viz obr. 17.

Analytické vyjádření spirály v lokálním souřadném systému (osa kužele je totožná s osou z) je následující:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A \cos(\Omega c) \\ A \sin(\Omega c) \\ Pc \end{pmatrix}, \quad (10)$$



Obrázek 17: Schéma trajektorie spirální stupnice a znázornění tečných kuželů v nichž trajektorie leží

kde A je amplituda respektive poloměr (vzdálenost od osy), $\Omega = 8\pi$ je frekvence⁶ a $P = \sqrt{3}$ je stoupání. Pro amplitudu A platí:

$$A = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}}Pc, & c \in (0, 0.5), \\ \frac{1}{\sqrt{2}}P(1 - c), & c \in (0.5, 1). \end{cases} \quad (11)$$

Lokální souřadnice $\{x, y, z\}$ se následně transformují pomocí rotace do souřadnic $\{r, g, b\}$. Rotaci lze provést ve dvou fázích: Kolem osy x o úhel přibližně 54.7356° a poté kolem osy z o úhel 45° .

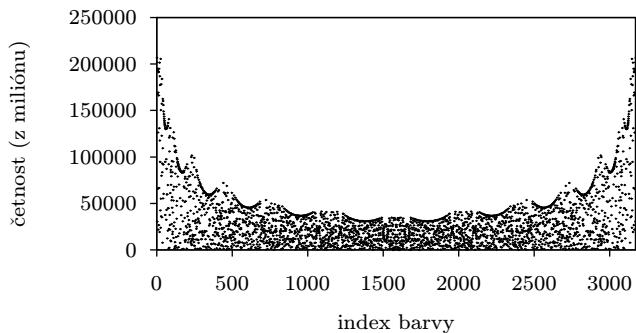
Implementace spirální stupnice tak může mít následující podobu:

```
public static Color getColor(double cd)
{
    int[] ci=new int[3];
    //
    //transformation / transformace
    cd*=255.99999999999999;
    //
    //parameters / parametry
    double amplitude=0.707106781187;
    double frequency=8.0*Math.PI/256;
    double pitch=1.732050807569;
    //
    //amplitude / amplituda
    double a=amplitude*pitch;
    if(cd<128) a*=cd;
    else a*=255.99999999999999-cd;
    //
    //spiral axis z
    double x0=a*Math.cos(cd*frequency);
    double y0=a*Math.sin(cd*frequency);
    double z0=cd*pitch;
    //
    //x axis rotation / rotace kolem x
    double cos=0.577350269190;
    double sin=-0.816496580928;
    double x1=x0;
    double y1=y0*cos-z0*sin;
    double z1=y0*sin+z0*cos;
    //
    //z axis rotation / rotace kolem z
    cos=0.707106781187;
    sin=-cos;
    double x2=x1*cos-y1*sin;
    double y2=x1*sin+y1*cos;
    double z2=z1;
    //
    return new Color((int)x2,(int)y2,(int)z2);
}
```

Tabulka 12: Vlastnosti spirální stupnice

rozlišení	3172 barev
intenzita	výrazně proměnlivá
distribuční funkce	nekonstantní
index výpočetní náročnosti	3.9

⁶Frekvence je optimalizována z hlediska symetrie stupnice a možnosti rozlišení polohy na stupnici pouhým okem.



Obrázek 18: Distribuční funkce barev spirální stupnice

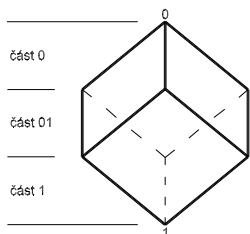
Spirální stupnice a následující celopovrchová se hodí pro speciální účely. Obě mají vysoké rozlišení a jejich barvy oscilují. Oscilaci lze použít pro zvýraznění přechodů mezi různými hodnotami spojitě proměnlivé zobrazované veličiny.

3.11 Celopovrchová (Fullsurface)



Celopovrchová stupnice tvoří spirálu pokrývající celý povrch RGB krychle. Vzhledem k tomu, že polohu na stupnici nelze okem správně určit, slouží zejména pro automatizované zpracování obrazu při požadavku vysokého rozlišení (povrch krychle má 390151 barev). Z hlediska lidského vnímání se může hodit díky své oscilační povaze pro rozpoznávání hodnot zobrazované veličiny ve více měřítkách (lokálně barva, globálně intenzita).

Stupnice začíná na černém vrcholu a končí v bílém vrcholu. Z algoritmického hlediska se stupnice dělí na pět částí, přičemž tři z nich jsou netriviální. Triviálními částmi jsou počáteční a koncový bod. Netriviální části jsou vázány na rozdělení povrchu RGB krychle dvěma rovinami kolnými na monochromatickou diagonálu. V rovinách leží šest zbývajících vrcholů RGB krychle (tři vrcholy v jedné), viz obr. 19.



Obrázek 19: Tři části celopovrchové stupnice

Z analytického hlediska se algoritmus skládá z výpočtu (lze porovnat s implementací):

- odpovídající části krychle (jedna z pěti – podmínkové větvení dle hodnoty coord – patrné v závěrečné fázi),
- vrstvy v dané části (layer),
- velikosti vrstvy (layerSize),

- souřadnice vrstvy (layerCoord),
- polohy ve vrstvě (coordLocal),
- velikosti strany (sideSize),
- strany RGB krychle (jedna ze tří, označení side),
- souřadnice strany (sideCoord),
- polohy na straně (coordLocalSide),
- jednotlivých složek barvy (ci []).

Z následující implementace je patrné, které z těchto kroků ve výpočtu jsou specifické pro danou část.

```
public static Color getColor(double cd)
{
    int[] ci=new int[3];
    int layer=0,layerSize=0,layerCoord=0;
    int coordLocal=0,sideSize=0,side=0;
    int sideCoord=0,coordLocalSide=0;
    //
    //transformation / transformace
    int coord=(int)(cd*390151.9999999999);
    int mirrorCoord=coord;
    int part0Size=97921;
    int part01Size=194310;
    //
    //calculation / vypočet
    if(coord>0 && coord<part0Size)
    {
        layer=(int)((-1.5+Math.sqrt(2.25-6*(1-coord)))/3.0)+1;
        layerSize=3*layer;
        layerCoord=(int)(1.0+1.5*layer*(layer-1));
    }
    else if(coord<part0Size+part01Size)
    {
        layerSize=765;
        layer=(int)(256.0+(coord-part0Size)/layerSize);
        layerCoord=part0Size+layerSize*(layer-256);
    }
    else if(coord<390151)
    {
        mirrorCoord=390152-coord-1;
        //
        layer=(int)((-1.5+Math.sqrt(2.25-6*(1-mirrorCoord)))/3.0)+1;
        layerSize=3*layer;
        layerCoord=(int)(1.0+1.5*layer*(layer-1));
    }
    //
    //coordinates / souradnice
    if(coord>0 && coord<390151)
    {
        coordLocal=mirrorCoord-layerCoord;
        sideSize=(int)(layerSize/3.0);
        side=(int)(coordLocal/sideSize);
        sideCoord=side*sideSize;
        coordLocalSide=coordLocal-sideCoord;
    }
    //
    //color assignment / prirazeni barev
    if(coord==0)
    {
        ci[0]=0;
        ci[1]=0;
        ci[2]=0;
    }
    else if(coord==390151)
    {
        ci[0]=255;
        ci[1]=255;
        ci[2]=255;
    }
    else if(coord<part0Size)
    {
        ci[0]=sideSize-1-coordLocalSide;
        ci[1]=0;
        ci[2]=coordLocalSide+1;
    }
    else if(coord<part0Size+part01Size)
    {
        ci[0]=Math.min(255,sideSize-coordLocalSide+layer-256);
        ci[1]=Math.max(0,layer-256-coordLocalSide);
        ci[2]=coordLocalSide+1;
    }
    else
    {

```



```

ci[0]=256-sideSize+coordLocalSide;
ci[1]=254-coordLocalSide;
ci[2]=255;
}
//
//cube sides / strany krychle
if(side==0) return new Color(ci[0],ci[1],ci[2]);
else if(side==1) return new Color(ci[1],ci[2],ci[0]);
else if(side==2) return new Color(ci[2],ci[0],ci[1]);
}

```

Dodejme, že celý algoritmus spočívá zejména na určení dotčené vrstvy v dané části. Střední část – označená 01 – má velikost vrstvy konstantní (765 barev). Ovšem v části 0 a 1 je velikost vrstev lineárně závislá na souřadnici vrstvy ($layerSize=3*layer$). Ze souřadnice c ($coord$) se s užitím výrazu pro aritmetickou řadu vypočítá vrstva l ($layer$) z výrazu:

$$c = 1 + 1.5l + 1.5l^2, \tag{12}$$

což je polynom druhého stupně s použitelným kořenem:

$$l = \frac{1}{3}(-1.5 + \sqrt{2.25 - 6(1 - c)}). \tag{13}$$

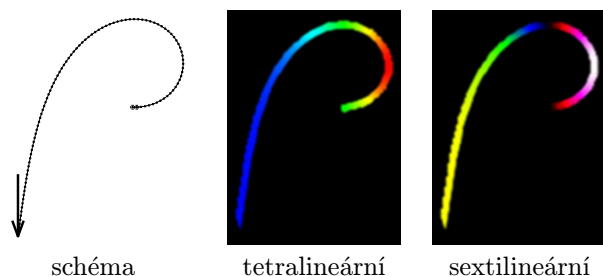
Ostatní závislosti lze získat z volby a sestavení posloupnosti po sobě jdoucích barev.

Tabulka 13: Vlastnosti celopovrchové stupnice

rozlišení intenzita distribuční funkce index výpočetní náročnosti	390151 barev výrazně proměnlivá konstantní 2.4
-------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------

4 Diskuze a závěr

Popsané stupnice se hodí pro různé účely. Chceme-li zobrazit veličinu, jejíž hodnoty se nacházejí mezi dvěma extrémy s odlišnými znaménky (napětí, vnitřní síly), využijeme nejlépe stupnice, které mají oba konce s velkým kontrastem vůči pozadí (např. tetralineární, sextilineární). Na obr. 20 je zobrazen zatížený konzolový nosník v druhém stabilním stavu s barevně znázorněnou normálovou vnitřní silou, jejíž hodnoty se pohybují v kladném i záporném oboru.

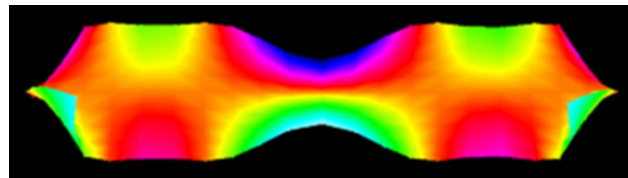


Obrázek 20: Konzolový nosník ve druhém stabilním stavu včetně znázornění normálové síly s užitím dvou „oboustranných“ barevných stupnic

Zejména sextilineární stupnice v kombinaci s černým pozadím poskytuje velmi jasnou přestavu a rozdělení hodnoty veličiny včetně jejího znaménka a velikosti.

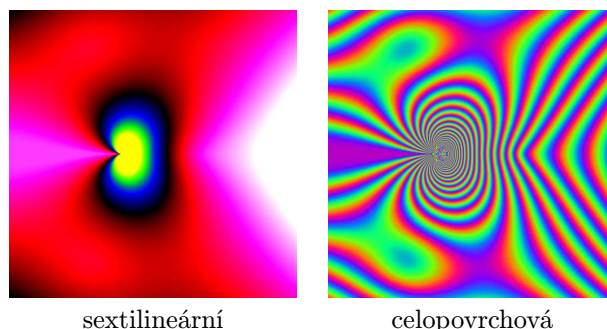
V opačném případě, když uvažujeme pouze jeden extrém (teplota, hloubka), je vhodnější použít stupnice

s jedním výrazným koncem (např. septilineární, spirální). Na obr. 21 je zobrazena deformace štíhlého plechu zkroucením po zatížení normálovou silou při současném zabránění vybočení ohybem. Stupnice znázorňuje vzdálenost (hloubku) daného bodu na plechu od oka pozorovatele.



Obrázek 21: Deformace plechu se znázorněním hloubky pomocí „jednostranné“ barevné stupnice

Zvláštním případem je stupnice celopovrchová. Z hlediska lidského pozorovatele se její barvy velmi často prakticky opakují. Z toho důvodu se tato stupnice hodí pro zobrazení velmi jemných změn dané veličiny současně s pokrytím velkého rozsahu hodnot. Na obr. 22 je vidět zobrazení výsledku výpočtu plastické zóny při tříbodovém ohybu trámce se zářezem. Sextilineární stupnice zde názorně ukazuje hranici plastické zóny (černá barva) a naproti tomu celopovrchová stupnice dává mnohem přesnější obraz o rozložení napětí.



Obrázek 22: Porovnání znázornění plastické zóny pomocí dvou barevných stupnic [6].

Poděkování

Projektům GA ČR P104/10/2359 a specifického vysokoškolského výzkumu VUT v Brně č. FAST-S-10-37.

Literatura

- [1] Wikipedia, the free encyclopedia. *Color space*.
- [2] Wikipedia, the free encyclopedia. *Luminance*.
- [3] Wikipedia, the free encyclopedia. *Brightness*.
- [4] Žára, J., Beneš, B., Felkel, P. (1998) *Moderní počítačová grafika*. Computer Press.
- [5] Frantík, P. (2008) *ColorFunction*. Knihovna a zdrojové kódy. <http://www.kitnarf.cz/java>.
- [6] Veselý, V., Frantík, P., (2008) *ReFraPro – Reconstruction of Fracture Process*. Java aplikace.